$\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(x_1)\psi_2(x_2)-\psi_1(x_2)\psi_2(x_1))$

ψ_1 ψ_2 没法直乘 → 纠缠

1 学习要点

1.1 波函数

1. 粒子无自旋时，可以用波函数 $\psi(\vec{r},t)$ 表示。

粒子有自旋且无相互作用时：区分空间波函数 $\phi(\vec{r},t)$ 和自旋波函数 $\chi(s_z,t)$ 表示——第六章自旋部分

粒子有自旋且有相互作用——第七章全同粒子，包括量子纠缠 ψ_1 ψ_2

ψ常见复形式

2. 概率密度 $|\psi(\vec{r},t)|^2$：表示粒子在空间中出现的概率密度。

$|\psi(\vec{r},t)|^2 d\tau$ 表示粒子在 t 时刻，出现在处于空间 $\vec{r}$ 处 $d\tau$ 体积元中的概率。

3. 波函数的性质：

$\vec{r}$ → $d\tau$　　$\rho V=$概率

- 任意时刻在全空间找到粒子的概率：$\int_{all}|\psi(\vec{r},t)|^2 d\tau$ 取有限值（联系：所有 $d\tau$ 的概率累积起来就是整个空间中的分布）；

  =全空间　　自由粒子 不可归一发散

- $|\psi(\vec{r},t)|$ 是单值的；
- $|\psi(\vec{r},t)|$ 与 $\nabla\psi(\vec{r},t)$ 是 $\vec{r}$ 的连续函数。

  导数

最后一条很重要，因为这是边界条件的主要来源，而且要注意 δ 势的跃变条件

波函数连续

$\psi_2'-\psi_1'=\frac{2m\gamma}{\hbar^2}\psi_1$

1.2 Schrödinger 方程

1. Schrödinger 方程：

波函数 包含 → 粒子信息

算符 读取 → 粒子信息

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t)=\hat{H}\psi(\vec{r},t)$$

$\hat{H}\psi=E\psi$

$$\hat{H}=-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2+V(\vec{r},t)$$

$E=T+V$

哈密顿算符 $\hat{H}$ 的理解：取出波函数的动能（前一项）和势能（后一项）信息

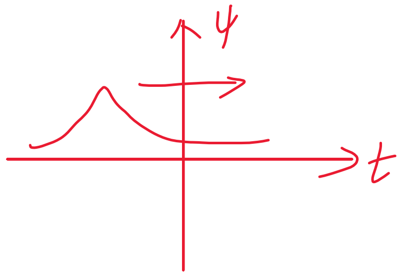
2. 如果势能 $V(\vec{r},t)$ 不显含时间 t，波函数的通式为：

$V=V_0$ 不显含 t

$V=at+V_0$ 显含

$$\psi(\vec{r},t)=e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi(\vec{r})$$

位置ψ



E-t

其中 $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ 称为时间演化算符，表示的是波函数在时间坐标上的移动（演化）。

3. 实际常用的方程：

平移 $D(\alpha) = e^{-\frac{i\alpha p_\alpha}{\hbar}}$ $\alpha - p_\alpha$ $x - p_x$

$\hat{H}\psi = E\psi$

- $\left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$

转动 $R(\theta) = e^{-\frac{i}{\hbar}(\theta\cdot\vec{n})\cdot L}$ 能量 角动量

- 归一化条件：$\int |\psi_n(\vec{r})|^2 d\tau = 1$

对ψ归化, then $\int = 1$

- 常用解：$\psi_n(\vec{r}, t) = e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi(\vec{r})$

$\psi = \psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n$ c_1 c_2 c_n

$\therefore c_0\psi_0$

- 对应系数：$c_n = \langle\psi_n|\psi(\vec{r}, 0)\rangle = \int \psi_n^*(\vec{r})\psi(\vec{r}, 0)d\tau$

$n=0$

系数的含义：能级为 n 的态在基态上的投影大小

系数的平方为能级为 n 的态出现的概率。

4. 如果遇到势场 $V(\vec{r}, t)$ 显含时间，那个不是这部分的，是近似方法那块的。

量子跃迁

含时微扰论

1.3 一维束缚定态的性质

- 能量非简并；

一个能量 → 一个态. 一一对应

- 波函数是实函数；

束缚态 与 散射态

- 如果发现势场出现了对称性（即是对称函数），需要分奇宇称和偶宇称讨论。

一般来说边界条件是连续的，但是 δ 势有一个跃变，称为 “跃变条件”，

ψ'

1.4 Schrödinger 绘景和 Heisenberg 绘景

区别：是波函数变化还是力学量变化。

Schrödinger 绘景：波函数 $|\psi(t)\rangle$ 变化，力学量 $\hat{F}(\vec{r}, \hat{p})$ 不变：

$\psi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\psi(\vec{r})$

$\hat{H}$

$$i\hbar\frac{\partial\,|\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}\,|\psi(t)\rangle$$

Heisenberg 绘景：波函数 $|\psi_H\rangle$ 不变，力学量 $\hat{F}_H(t)$ 随时间变化：

$$\frac{d\hat{F}_H(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\left[\hat{F}_H(t), \hat{H}_H(t)\right]$$

Heisenberg 方程

波函数、力学量之间的关系：一种绘景中的变化项是另一种绘景中不变项的时间演化，作用上时间演化算符即等价。

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} |\psi(0)\rangle = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} |\psi_H\rangle$$

$$\hat{F}_H(t) = e^{\frac{iEt}{\hbar}} \hat{F} e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

两个绘景中，哈密顿量和力学量平均值是一样的。

Heisenberg 绘景除非专门出题，否则一般不考（但是如果考纲提了就必须会），主要应用点在于后面的守恒量部分